

## Ecole Nationale des Sciences Appliquées

## Concours d'entrée en première année du cycle préparatoire

## Epreuve de mathématiques : Durée 1H30

Responsable : ALI OUKHOUYA

*Mise en garde :*

.....

- 1°) Il est interdit d'utiliser les portables , calculatrices ou tout autre document .
- 2°) Dans chaque question il y a une seule réponse correct , il faut alors cocher une seule case qui correspond à la bonne réponse .
- 3°) Deux cases cochées valent  $-1$  .
- 4°) Règles de Notation :
- Réponse juste =  $+1$  ; Réponse fausse =  $-1$  ; Sans réponse =  $0$  .

.....

**Question 1 :** Soit  $f$  la fonction définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \text{ par : } f(x) = \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$$

Alors :

$$\mathbf{a) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty \quad ; \mathbf{b) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \quad ; \mathbf{c) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \quad ; \mathbf{d) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1 \quad .$$

**Question 2 :** Soit  $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{2x^2}\right) - \arctan\left(\frac{x}{x+1}\right) + \arctan\left(\frac{x-1}{x}\right)$

- a )**  $f$  est constante égale à  $1$  .
- b )**  $f$  est constante égale à  $0$  .
- c )**  $f$  n'est pas constante .
- d )**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$

**Question 3 :** Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  , on pose  $U_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$  , on a alors :

a )  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$  ; b )  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \ln(2)$  ; c )  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$  ; d )  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$  .

**Question 4 :** Soit  $(u_n)_n$  la suite définie par :  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n^2}$

a ) La suite  $(u_n)_n$  est croissante et tend vers  $+\infty$  .

b ) La suite  $(u_n)_n$  est décroissante et tend vers 0 .

c ) La suite  $(u_n)_n$  est convergente vers 1 .

d )  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq \frac{1}{2}$  .

**Question 5 :** On considère l'équation différentielle  $(E) : y'' - (1 + m)y' + my = 0$  .

a ) Si  $m = 1$  les solutions de  $(E)$  sont de la forme  $y(t) = \alpha e^t + \beta e^{-t}$  ,  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$  .

b ) Si  $m \neq 1$  les solutions de  $(E)$  sont de la forme  $y(t) = \alpha \cos t + \beta \sin(mt)$  ,  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$  .

c ) Si  $m = 1$  les solutions de  $(E)$  sont de la forme  $y(t) = (\alpha t + \beta) e^t$  ,  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$  .

d ) Si  $m = 0$  les solutions de  $(E)$  sont de la forme  $y(t) = (\alpha t + \beta) e^t$  ,  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$  .

**Question 6 :** Soit  $Z = (1 + i\sqrt{3})^5 + (1 - i\sqrt{3})^5$  alors

a )  $Z = -32$  ; b )  $Z = 16 e^{i\frac{5\pi}{3}}$  ; c )  $Z = 32$  ; d )  $Z = 64 e^{i\frac{5\pi}{6}}$

**Question 7 :** On note  $z_1, \dots, z_n$  les solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation :  $z^n = 1$

On pose  $S = z_1 + z_2 + \dots + z_n$  et  $P = z_1 z_2 \dots z_n$  , alors :

a )  $S = 0$  et  $P = (-1)^n$

b )  $S = 0$  et  $P = 1$

c )  $S = 1$  et  $P = (-1)^n$

d )  $S = 1$  et  $P = 0$  .

**Question 8 :** Pour  $(m, n) \in \mathbb{N}^2$  , on pose  $I_{n,m} = \int_0^{2\pi} \cos(nt) \cos(mt) dt$  .

a ) Si  $m = n$  ,  $I_{n,m} = \pi$  .

b ) Si  $m \neq n$  ,  $I_{n,m} = 2\pi$  .

c ) Si  $m \neq n$  ,  $I_{n,m} = 0$  .

d ) Si  $m = n$  ,  $I_{n,m} = 2\pi$  .

**Question 9 :** Soit  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  tel que  $a < b$  et  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $[a, b]$  . Alors :

- a )  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(nt) dt = b - a$  .
- b )  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(nt) dt = +\infty$  .
- c )  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(nt) dt = 0$  .
- d ) La suite de terme général  $\int_0^{2\pi} f(t) \cos(nt) dt$  n'a pas de limite lorsque  $n \rightarrow +\infty$  .

**Question 10 :** Parmi les ensembles suivants lequel est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ :

- a )  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 - y^2 = 0\}$  .
- b )  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x \geq 0\}$  .
- c )  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 2x - y + z = 1\}$  .
- d )  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 2x - y + z = 0\}$  .

**Question 11 :** Soit  $a, b$  et  $c$  des réels et  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$  et  $n \in \mathbb{N}^*$  . Alors :

- a )  $A^n = \begin{pmatrix} a^n & b^n \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$  .
- b )  $A^n = \begin{pmatrix} a^n & nb^n \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$  .
- c )  $A^n = \begin{pmatrix} a^n & na^{n-1}b \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$  .
- d )  $A^n = \begin{pmatrix} a^n & a^n b^n \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$  .

**Question 12 :** Deux augmentations successives de 10% du prix d'un produit donne une augmentation de :

- a ) 20% ; b ) 12,1% ; c ) 21% ; d ) 10%

**Question 13 :** Une augmentation de 10% puis une baisse du prix d'un produit de 10% donne :

- a ) Un prix inchangé .
- b ) Une baisse de 1% .
- c ) Une augmentation de 1% .
- d ) Une variation de 10% .

**Question 14 :** Soit  $A(2, 1)$  ,  $B(-1, 2)$  et  $M(3, 4)$  des points du plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé  $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$  . Alors la distance  $d$  de  $M$  à la droite  $(AB)$  vaut :

- a )  $d = \sqrt{10}$  ; b )  $d = 5$  ; c )  $d = 10$  ; d )  $d = \sqrt{5}$  .

**Question 15:** Dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(3, -1, 2)$  alors :

a )  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés

b ) les droites  $(AB)$  et  $(AC)$  sont perpendiculaires .

c ) L'équation du plan contenant les points  $A, B$  et  $C$  est :  $2x + y - z - 3 = 0$

d ) Les droites  $(OA)$  et  $(BC)$  sont parallèles .