Chapitre 0
Introduction aux signaux et systèmes

Filière:
Génie Réseaux et Télécommunications

Introduction

La théorie du traitement de signal est une discipline qui interesse tout les secteurs techniques et scientifiques ayant rapport avec l'information. Elle permet la description mathématique des signaux, et fournit ainsi les moyens de mise en évidence sous une forme mathématique les propriétés d'un signal.

Définitions

Signal

Un signal est la représentation physique de l'information qu'il convoie de sa source à sa destination.

Bruit

Il s'agit de tout phénomène perturbateur gênant l'interprétation d'un signal. Toutefois la notion bruit reste relative.

Rapport signal sur bruit:

C'est une mesure du degré de contamination du signal par du bruit. Il s'exprime sous la forme du rapport ξ des puissances respectives du signal P_s et du bruit P_n: $\xi = \frac{P_s}{P_n}$ ou en échelle logarithmique mesurée en décibel :

$$\xi_{dB} = 10 * log_{10}(\xi) \quad (1)$$

Définitions

Signal

Un signal est la représentation physique de l'information qu'il convoie de sa source à sa destination.

Bruit

Il s'agit de tout phénomène perturbateur gênant l'interprétation d'un signal. Toutefois la notion bruit reste relative.

Rapport signal sur bruit:

C'est une mesure du degré de contamination du signal par du bruit. Il s'exprime sous la forme du rapport ξ des puissances respectives du signal P_s et du bruit P_n: $\xi = \frac{P_s}{P_n}$ ou en échelle logarithmique mesurée en décibel :

$$\xi_{dB} = 10 * log_{10}(\xi) \tag{1}$$

Définitions

Signal

Un signal est la représentation physique de l'information qu'il convoie de sa source à sa destination.

Bruit

Il s'agit de tout phénomène perturbateur gênant l'interprétation d'un signal. Toutefois la notion bruit reste relative.

Rapport signal sur bruit:

C'est une mesure du degré de contamination du signal par du bruit. Il s'exprime sous la forme du rapport ξ des puissances respectives du signal P_s et du bruit P_n: $\xi = \frac{P_s}{P_n}$ ou en échelle logarithmique mesurée en décibel :

$$\xi_{dB} = 10 * log_{10}(\xi) \tag{1}$$

Classification et modèles des signaux

Différents modes de calssification des modèles de signaux peuvent-être envisagés. Parmis les principaux, on peut citer:

- Classification phénoménologique: On met en évidence le type de l'évolution du signal et son comportement.
- Classification énergitique: On sépare les modèles de signaux satisfaisant à une condition d'énergie finie, d'autres à puissance moyenne finie et énergie infinie.
- Classification morphologique: Permet de distinguer les signaux selon le caractère continu ou discret de la variable dont ils dépondent.
- Classification spectrale: Met en évidence le domaine des fréquences où est définie spectre du signal.
- Classification dimensionnelle: On distingue les signaux unidimensionnels $x(t)$, les signaux bidimensionnels $i(x, y)$ (JPEG) et les signaux tridimensionnels $i(x, y, t)$ (MPEG).

Classification et modèles des signaux

Différents modes de calssification des modèles de signaux peuvent-être envisagés. Parmis les principaux, on peut citer:

- Classification phénoménologique: On met en évidence le type de l'évolution du signal et son comportement.
- Classification énergitique: On sépare les modèles de signaux satisfaisant à une condition d'énergie finie, d'autres à puissance moyenne finie et énergie infinie.
- Classification morphologique: Permet de distinguer les signaux selon le caractère continu ou discret de la variable dont ils dépondent.
- Classification spectrale: Met en évidence le domaine des fréquences où est définie spectre du signal.
- Classification dimensionnelle: On distingue les signaux unidimensionnels $x(t)$, les signaux bidimensionnels $i(x, y)$ (JPEG) et les signaux tridimensionnels $i(x, y, t)$ (MPEG).

Classification et modèles des signaux

Différents modes de calssification des modèles de signaux peuvent-être envisagés. Parmis les principaux, on peut citer:

- Classification phénoménologique: On met en évidence le type de l'évolution du signal et son comportement.
- Classification énergitique: On sépare les modèles de signaux satisfaisant à une condition d'énergie finie, d'autres à puissance moyenne finie et énergie infinie.
- Classification morphologique: Permet de distinguer les signaux selon le caractère continu ou discret de la variable dont ils dépondent.
- Classification spectrale: Met en évidence le domaine des fréquences où est définie spectre du signal.
- Classification dimensionnelle: On distingue les signaux unidimensionnels $x(t)$, les signaux bidimensionnels $i(x, y)$ (JPEG) et les signaux tridimensionnels $i(x, y, t)$ (MPEG).

Classification et modèles des signaux

Différents modes de calssification des modèles de signaux peuvent-être envisagés. Parmis les principaux, on peut citer:

- Classification phénoménologique: On met en évidence le type de l'évolution du signal et son comportement.
- Classification énergitique: On sépare les modèles de signaux satisfaisant à une condition d'énergie finie, d'autres à puissance moyenne finie et énergie infinie.
- Classification morphologique: Permet de distinguer les signaux selon le caractère continu ou discret de la variable dont ils dépondent.
- Classification spectrale: Met en évidence le domaine des fréquences où est définie spectre du signal.
- Classification dimensionnelle: On distingue les signaux unidimensionnels $x(t)$, les signaux bidimensionnels $i(x, y)$ (JPEG) et les signaux tridimensionnels $i(x, y, t)$ (MPEG).

Classification et modèles des signaux

Différents modes de calssification des modèles de signaux peuvent-être envisagés. Parmis les principaux, on peut citer:

- Classification phénoménologique: On met en évidence le type de l'évolution du signal et son comportement.
- Classification énergitique: On sépare les modèles de signaux satisfaisant à une condition d'énergie finie, d'autres à puissance moyenne finie et énergie infinie.
- Classification morphologique: Permet de distinguer les signaux selon le caractère continu ou discret de la variable dont ils dépondent.
- Classification spectrale: Met en évidence le domaine des fréquences où est définie spectre du signal.
- Classification dimensionnelle: On distingue les signaux unidimensionnels $x(t)$, les signaux bidimensionnels $i(x, y)$ (JPEG) et les signaux tridimensionnels $i(x, y, t)$ (MPEG).

Classification et modèles des signaux

Différents modes de calssification des modèles de signaux peuvent-être envisagés. Parmis les principaux, on peut citer:

- Classification phénoménologique: On met en évidence le type de l'évolution du signal et son comportement.
- Classification énergitique: On sépare les modèles de signaux satisfaisant à une condition d'énergie finie, d'autres à puissance moyenne finie et énergie infinie.
- Classification morphologique: Permet de distinguer les signaux selon le caractère continu ou discret de la variable dont ils dépondent.
- Classification spectrale: Met en évidence le domaine des fréquences où est définie spectre du signal.
- Classification dimensionnelle: On distingue les signaux unidimensionnels $x(t)$, les signaux bidimensionnels $i(x, y)$ (JPEG) et les signaux tridimensionnels $i(x, y, t)$ (MPEG).

Energie et puissance moyenne d'un signal

Définitions

- Energie d'un signal $x(t)$:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \tag{2}$$

- Puissance d'un signal $x(t)$:

$$P = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \tag{3}$$

Energie et puissance moyenne d'un signal

Définitions

- Energie d'un signal $x(t)$:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \tag{2}$$

- Puissance d'un signal $x(t)$:

$$P = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \tag{3}$$

Energie et puissance moyenne d'un signal

Résultats

- Un signal $x(t)$ est dit à énergie finie si:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \prec \infty \quad (4)$$

$\Rightarrow$ Physiquement réalisable.

- Un signal $x(t)$ est dit à puissance moyenne finie si:

$$\infty \prec \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \prec \infty \quad (5)$$

Energie et puissance moyenne d'un signal

Résultats

- Un signal $x(t)$ est dit à énergie finie si:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \prec \infty \tag{4}$$

$\Rightarrow$ Physiquement réalisable.

- Un signal $x(t)$ est dit à puissance moyenne finie si:

$$\infty \prec \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \prec \infty \tag{5}$$

Energie et puissance moyenne d’un signal

Résultats

- Un signal $x(t)$ est dit à énergie finie si:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \prec \infty \tag{4}$$

$\Rightarrow$ Physiquement réalisable.

- Un signal $x(t)$ est dit à puissance moyenne finie si:

$$\infty \prec \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \prec \infty \tag{5}$$

Energie et puissance moyenne d’un signal

Résultats

- Un signal $x(t)$ est dit à énergie finie si:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \prec \infty \tag{4}$$

$\Rightarrow$ Physiquement réalisable.

- Un signal $x(t)$ est dit à puissance moyenne finie si:

$$\infty \prec \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \prec \infty \tag{5}$$

Energie et puissance moyenne d'un signal

Résultats

- Un signal $x(t)$ est dit à énergie finie si:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \prec \infty \tag{4}$$

$\Rightarrow$ Physiquement réalisable.

- Un signal $x(t)$ est dit à puissance moyenne finie si:

$$\infty \prec \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \prec \infty \tag{5}$$

Variables continues et discrètes

Un signal peut se présenter sous différentes formes selon que son amplitude est une variable continue ou discrète et que la variable (le temps) est elle-même continue ou discrète, on s'interessera par la suite aux deux formes suivantes:

- Le signal à amplitude et temps continus appelé couramment signal analogique.
- Le signal à amplitude et temps discrets appelé signal numérique .

Remarque

Les deux formes qui restent seront décrites comme passage de la 1ère forme à la 2ème

Variables continues et discrètes

Un signal peut se présenter sous différentes formes selon que son amplitude est une variable continue ou discrète et que la variable (le temps) est elle-même continue ou discrète, on s'interessera par la suite aux deux formes suivantes:

- Le signal à amplitude et temps continus appelé couramment signal analogique.
- Le signal à amplitude et temps discrets appelé signal numérique .

Remarque

Les deux formes qui restent seront décrites comme passage de la 1ère forme à la 2ème

Variables continues et discrètes

Un signal peut se présenter sous différentes formes selon que son amplitude est une variable continue ou discrète et que la variable (le temps) est elle-même continue ou discrète, on s'interessera par la suite aux deux formes suivantes:

- Le signal à amplitude et temps continus appelé couramment signal analogique.
- Le signal à amplitude et temps discrets appelé signal numérique .

Remarque

Les deux formes qui restent seront décrites comme passage de la 1ère forme à la 2ème

Variables continues et discrètes

Un signal peut se présenter sous différentes formes selon que son amplitude est une variable continue ou discrète et que la variable (le temps) est elle-même continue ou discrète, on s'interessera par la suite aux deux formes suivantes:

- Le signal à amplitude et temps continus appelé couramment signal analogique.
- Le signal à amplitude et temps discrets appelé signal numérique .

Remarque

Les deux formes qui restent seront décrites comme passage de la 1ère forme à la 2ème

Systèmes

Définition

Un système est un dispositif qui effectue sur un signal d'entrée $x(t)$ un ensemble d'opérations de base (amplification, filtrage, modulation...) et le transforme en un signal de sortie $y(t)$.

Systèmes

Propriétés

- Stabilité: Un système est dit stable si pour tout signal borné à son entrée, correspond une sortie bornée aussi.
- Linéarité: Soient a et b deux constantes,
  - Si $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont les sorties du système qui correspondent respectivement aux entrées $x_1(t)$ et $x_2(t)$
  - Alors $ay_1(t) + by_2(t)$ est la sortie qui correspond à l'entrée $ax_1(t) + bx_2(t)$
- Système invariant dans le temps:
  - Si $y(t)$ est la sortie du système qui correspond à l'entrée $x(t)$
  - Alors $y(t - t_0)$ est la sortie qui correspond à l'entrée $x(t - t_0)$
- Causalité: Un système est dit causal:

$$\text{Si } x(t \prec 0) = 0 \text{ Alors } y(t \prec 0) = 0$$

Systèmes

Propriétés

- Stabilité: Un système est dit stable si pour tout signal borné à son entrée, correspond une sortie bornée aussi.
- Linéarité: Soient a et b deux constantes,
  - Si $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont les sorties du système qui correspondent respectivement aux entrées $x_1(t)$ et $x_2(t)$
  - Alors $ay_1(t) + by_2(t)$ est la sortie qui correspond à l'entrée $ax_1(t) + bx_2(t)$
- Système invariant dans le temps:
  - Si $y(t)$ est la sortie du système qui correspond à l'entrée $x(t)$
  - Alors $y(t - t_0)$ est la sortie qui correspond à l'entrée $x(t - t_0)$
- Causalité: Un système est dit causal:

$$\text{Si } x(t \prec 0) = 0 \text{ Alors } y(t \prec 0) = 0$$

Systèmes

Propriétés

- Stabilité: Un système est dit stable si pour tout signal borné à son entrée, correspond une sortie bornée aussi.
- Linéarité: Soient a et b deux constantes,
  - Si $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont les sorties du système qui correspondent respectivement aux entrées $x_1(t)$ et $x_2(t)$
  - Alors $ay_1(t) + by_2(t)$ est la sortie qui correspond à l'entrée $ax_1(t) + bx_2(t)$
- Système invariant dans le temps:
  - Si $y(t)$ est la sortie du système qui correspond à l'entrée $x(t)$
  - Alors $y(t - t_0)$ est la sortie qui correspond à l'entrée $x(t - t_0)$
- Causalité: Un système est dit causal:

$$\text{Si } x(t \prec 0) = 0 \text{ Alors } y(t \prec 0) = 0$$

Systèmes

Propriétés

- Stabilité: Un système est dit stable si pour tout signal borné à son entrée, correspond une sortie bornée aussi.
- Linéarité: Soient a et b deux constantes,
  - Si $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont les sorties du système qui correspondent respectivement aux entrées $x_1(t)$ et $x_2(t)$
  - Alors $ay_1(t) + by_2(t)$ est la sortie qui correspond à l'entrée $ax_1(t) + bx_2(t)$
- Système invariant dans le temps:
  - Si $y(t)$ est la sortie du système qui correspond à l'entrée $x(t)$
  - Alors $y(t - t_0)$ est la sortie qui correspond à l'entrée $x(t - t_0)$
- Causalité: Un système est dit causal:

$$\text{Si } x(t \prec 0) = 0 \text{ Alors } y(t \prec 0) = 0$$

Systèmes

Dans la suite nous nous interesserons aux systèmes linéaires invariants dans le temps (SLIT)