Chapitre I
Signaux déterministes

Filière:
Génie Réseaux et Télécommunications

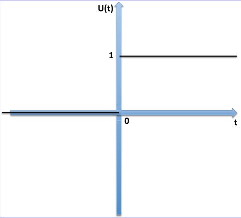
Définition

Un signal est dit déterministe si son évolution en fonction du temps peut-être parfaitement prédite par un modèle mathématique approprié.

Signaux fondamentaux

- Echelon unitaire $U(t)$:

$$U(t) = \begin{cases} 0 & si \qquad t \prec 0 \\ 1 & si \qquad t \succeq 0 \end{cases} \tag{1}$$

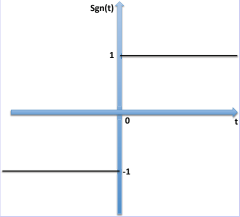


L'échelon rend causal tous les signaux par multiplication.

Signaux fondamentaux

- Signe $Sgn(t)$:

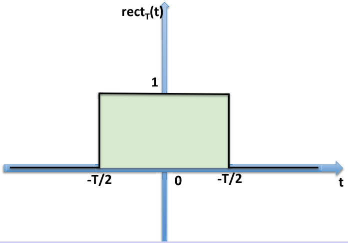
$$Sgn(t) = \begin{cases} -1 & si \qquad t \prec 0 \\ 1 & si \qquad t \succeq 0 \end{cases} \tag{2}$$



Signaux fondamentaux

- Porte $rect_T(t)$ (ou $\prod_T(t)$):

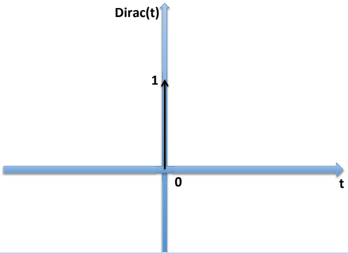
$$rect_T(t) = \begin{cases} 1 \quad si & \frac{-T}{2} \preceq t \preceq \frac{T}{2} \\ 0 & Ailleurs \end{cases} \tag{3}$$



Signaux fondamentaux

- Impulsion de Dirac $\delta(t)$:

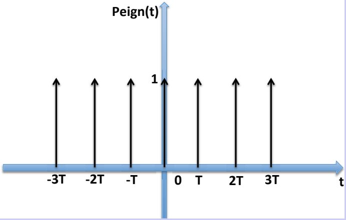
$$\delta(t) = \lim_{\epsilon \to 0} \begin{cases} \frac{1}{\epsilon} & si \quad \frac{-\epsilon}{2} \preceq t \preceq \frac{\epsilon}{2} \\ 0 & Ailleurs \end{cases} \tag{4}$$



Signaux fondamentaux

- Peigne de Dirac $\delta_T(t)$:

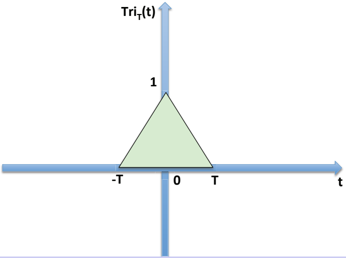
$$\delta_T(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT) \tag{5}$$



Signaux fondamentaux

- Fonction Triangulaire $tri_T(t)$ (ou $\Lambda_T(t)$):

$$tri_T(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T} & si \quad |t| \preceq T \\ 0 & sinon \end{cases} \tag{6}$$



Opérations sur les signaux à énergie finie

- Définitions

- Produit scalaire:

$$\langle x, y^* \rangle = \int_T x(t) y^*(t) dt \quad (7)$$

- Produit de convolution:

$$y(t) = x(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) g(t - \tau) d\tau \quad (8)$$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Définitions

- Produit scalaire:

$$\langle x, y^* \rangle = \int_T x(t) y^*(t) dt \qquad (7)$$

- Produit de convolution:

$$y(t) = x(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) g(t - \tau) d\tau \qquad (8)$$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Propriétés
  1. $x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t)$
  2. $x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$
  3. Identité: $x(t) * \delta(t) = x(t)$
  4. Translation:

$$\begin{cases} x(t) * \delta(t-t_0) = x(t-t_0) \\ x(t-t_1) * \delta(t-t_2) = x(t-t_1-t_2) \\ \delta(t-t_1) * \delta(t-t_2) = \delta(t-t_1-t_2) \end{cases}$$

  5. $x(t) * g(t) = g(t) * x(t)$
  6. $[x_1(t) + x_2(t)] * g(t) = x_1(t) * g(t) + x_2(t) * g(t)$
  7. $[x(t) * g_1(t)] * g_2(t) = x(t) * [g_1(t) * g_2(t)]$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Propriétés
  1. $x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$
  2. $x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$
  3. Identité: $x(t)*\delta(t)=x(t)$
  4. Translation:

$$\begin{cases} x(t)*\delta(t-t_0)=x(t-t_0) \\ x(t-t_1)*\delta(t-t_2)=x(t-t_1-t_2) \\ \delta(t-t_1)*\delta(t-t_2)=\delta(t-t_1-t_2) \end{cases}$$

  5. $x(t)*g(t)=g(t)*x(t)$
  6. $[x_1(t)+x_2(t)]*g(t)=x_1(t)*g(t)+x_2(t)*g(t)$
  7. $[x(t)*g_1(t)]*g_2(t)=x(t)*[g_1(t)*g_2(t)]$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Propriétés
  1. $x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$
  2. $x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$
  3. Identité: $x(t)*\delta(t)=x(t)$
  4. Translation:

$$\begin{cases} x(t)*\delta(t-t_0)=x(t-t_0) \\ x(t-t_1)*\delta(t-t_2)=x(t-t_1-t_2) \\ \delta(t-t_1)*\delta(t-t_2)=\delta(t-t_1-t_2) \end{cases}$$

  5. $x(t)*g(t)=g(t)*x(t)$
  6. $[x_1(t)+x_2(t)]*g(t)=x_1(t)*g(t)+x_2(t)*g(t)$
  7. $[x(t)*g_1(t)]*g_2(t)=x(t)*[g_1(t)*g_2(t)]$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Propriétés
  1. $x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$
  2. $x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$
  3. Identité: $x(t)*\delta(t)=x(t)$
  4. Translation:

$$\begin{cases} x(t)*\delta(t-t_0)=x(t-t_0) \\ x(t-t_1)*\delta(t-t_2)=x(t-t_1-t_2) \\ \delta(t-t_1)*\delta(t-t_2)=\delta(t-t_1-t_2) \end{cases}$$

  5. $x(t)*g(t)=g(t)*x(t)$
  6. $[x_1(t)+x_2(t)]*g(t)=x_1(t)*g(t)+x_2(t)*g(t)$
  7. $[x(t)*g_1(t)]*g_2(t)=x(t)*[g_1(t)*g_2(t)]$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Propriétés
  1. $x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$
  2. $x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$
  3. Identité: $x(t)*\delta(t)=x(t)$
  4. Translation:

$$\begin{cases} x(t)*\delta(t-t_0) = x(t-t_0) \\ x(t-t_1)*\delta(t-t_2) = x(t-t_1-t_2) \\ \delta(t-t_1)*\delta(t-t_2) = \delta(t-t_1-t_2) \end{cases}$$

  5. $x(t)*g(t)=g(t)*x(t)$
  6. $[x_1(t)+x_2(t)]*g(t)=x_1(t)*g(t)+x_2(t)*g(t)$
  7. $[x(t)*g_1(t)]*g_2(t)=x(t)*[g_1(t)*g_2(t)]$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Propriétés
  1. $x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t)$
  2. $x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$
  3. Identité: $x(t) * \delta(t) = x(t)$
  4. Translation:

$$\begin{cases} x(t) * \delta(t-t_0) = x(t-t_0) \\ x(t-t_1) * \delta(t-t_2) = x(t-t_1-t_2) \\ \delta(t-t_1) * \delta(t-t_2) = \delta(t-t_1-t_2) \end{cases}$$

  5. $x(t) * g(t) = g(t) * x(t)$
  6. $[x_1(t) + x_2(t)] * g(t) = x_1(t) * g(t) + x_2(t) * g(t)$
  7. $[x(t) * g_1(t)] * g_2(t) = x(t) * [g_1(t) * g_2(t)]$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Propriétés
  1. $x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$
  2. $x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$
  3. Identité: $x(t)*\delta(t)=x(t)$
  4. Translation:

$$\begin{cases} x(t)*\delta(t-t_0)=x(t-t_0) \\ x(t-t_1)*\delta(t-t_2)=x(t-t_1-t_2) \\ \delta(t-t_1)*\delta(t-t_2)=\delta(t-t_1-t_2) \end{cases}$$

  5. $x(t)*g(t)=g(t)*x(t)$
  6. $[x_1(t)+x_2(t)]*g(t)=x_1(t)*g(t)+x_2(t)*g(t)$
  7. $[x(t)*g_1(t)]*g_2(t)=x(t)*[g_1(t)*g_2(t)]$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Applications
  1. Montrer que $tri(t) = rect(t) * rect(t)$?
  2. Calculer $x(t)\delta_T(t)$?
  3. Calculer $rep_T\{x(t)\} = x(t) * \delta_T(t)$? Représenter pour $x(t) = tri_{T1}(t)$?

Complément: Fonction sinus cardinal

La fonction obtenue en effectuant le rapport d'une fonction sinusoïdale et son argument joue un rôle très important en théorie du signal, elle est appelée "sinus cardinal" et est définie comme suit:

$$sinc(\alpha) = \frac{\sin(\pi\alpha)}{\pi\alpha} \tag{9}$$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Applications
  1. Montrer que $tri(t) = rect(t) * rect(t)$?
  2. Calculer $x(t)\delta_T(t)$?
  3. Calculer $rep_T\{x(t)\} = x(t) * \delta_T(t)$? Représenter pour $x(t) = tri_{T1}(t)$?

Complément: Fonction sinus cardinal

La fonction obtenue en effectuant le rapport d'une fonction sinusoïdale et son argument joue un rôle très important en théorie du signal, elle est appelée "sinus cardinal" et est définie comme suit:

$$sinc(\alpha) = \frac{\sin(\pi\alpha)}{\pi\alpha} \tag{9}$$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Corrélation

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt \qquad (10)$$

Fonction d'intercorrélation entre deux signaux réels ou complexes (à énergie finie).

* Si $\forall\tau$, $\varphi_{xy}(\tau) = 0$ alors les signaux $x(t)$ et $y(t)$ sont dits orthogonaux ou non corrélés.

* Fonction d'autocorrélation: Dans le cas où x(t)=y(t), on obtient ce qu'on appelle la fonction d'autocorrélation du signal $x(t)$: $\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t+\tau)dt$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Corrélation

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt \tag{10}$$

Fonction d'intercorrélation entre deux signaux réels ou complexes (à énergie finie).

* Si $\forall\tau$, $\varphi_{xy}(\tau) = 0$ alors les signaux $x(t)$ et $y(t)$ sont dits orthogonaux ou non corrélés.

* Fonction d'autocorrélation: Dans le cas où x(t)=y(t), on obtient ce qu'on appelle la fonction d'autocorrélation du signal $x(t)$: $\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t+\tau)dt$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Corrélation

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt \qquad (10)$$

Fonction d'intercorrélation entre deux signaux réels ou complexes (à énergie finie).

* Si $\forall\tau$, $\varphi_{xy}(\tau) = 0$ alors les signaux $x(t)$ et $y(t)$ sont dits orthogonaux ou non corrélés.

* Fonction d'autocorrélation: Dans le cas où x(t)=y(t), on obtient ce qu'on appelle la fonction d'autocorrélation du signal $x(t)$: $\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t+\tau)dt$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Conséquences

1. La valeur à l'origine ($\tau = 0$) de la fonction d'autocorrélation est exactement l'énergie du signal $x(t)$:
$\varphi_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$
2. $\varphi_{xy}(\tau) = \varphi_{yx}^*(-\tau)$
3. $\varphi_x(\tau) = \varphi_x^*(-\tau)$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Conséquences

1. La valeur à l'origine ($\tau = 0$) de la fonction d'autocorrélation est exactement l'énergie du signal $x(t)$:
$\varphi_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$
2. $\varphi_{xy}(\tau) = \varphi_{yx}^*(-\tau)$
3. $\varphi_x(\tau) = \varphi_x^*(-\tau)$

Opérations sur les signaux à énergie finie

- Conséquences

1. La valeur à l'origine ($\tau = 0$) de la fonction d'autocorrélation est exactement l'énergie du signal $x(t)$:
$\varphi_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)x(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$
2. $\varphi_{xy}(\tau) = \varphi_{yx}^*(-\tau)$
3. $\varphi_x(\tau) = \varphi_x^*(-\tau)$

Opérations sur les signaux à énergie finie

Relation entre convolution et corrélation

Soit la fonction d'intercorrélation $\varphi_{xy}(\tau)$:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt$$

Introduisons le changement de variable $t' = -t$, alors:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(-t')y(\tau - t')dt'$$

$$\varphi_{xy}(\tau) = x^*(-\tau) * y(\tau) \tag{11}$$

De même pour la fonction d'autocorrélation, on obtient:

$$\varphi_{x}(\tau) = x^*(-\tau) * x(\tau) \tag{12}$$

Opérations sur les signaux à énergie finie

Relation entre convolution et corrélation

Soit la fonction d'intercorrélation $\varphi_{xy}(\tau)$:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt$$

Introduisons le changement de variable $t' = -t$, alors:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(-t')y(\tau - t')dt'$$

$$\varphi_{xy}(\tau) = x^*(-\tau) * y(\tau) \qquad (11)$$

De même pour la fonction d'autocorrélation, on obtient:

$$\varphi_x(\tau) = x^*(-\tau) * x(\tau) \qquad (12)$$

Opérations sur les signaux à énergie finie

Relation entre convolution et corrélation

Soit la fonction d'intercorrélation $\varphi_{xy}(\tau)$:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt$$

Introduisons le changement de variable $t' = -t$, alors:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(-t')y(\tau - t')dt'$$

$$\varphi_{xy}(\tau) = x^*(-\tau) * y(\tau) \tag{11}$$

De même pour la fonction d'autocorrélation, on obtient:

$$\varphi_{x}(\tau) = x^*(-\tau) * x(\tau) \tag{12}$$

Opérations sur les signaux à énergie finie

Relation entre convolution et corrélation

Soit la fonction d'intercorrélation $\varphi_{xy}(\tau)$:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt$$

Introduisons le changement de variable $t' = -t$, alors:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(-t')y(\tau - t')dt'$$

$$\varphi_{xy}(\tau) = x^*(-\tau) * y(\tau) \tag{11}$$

De même pour la fonction d'autocorrélation, on obtient:

$$\varphi_{x}(\tau) = x^*(-\tau) * x(\tau) \tag{12}$$

Opérations sur les signaux à énergie infinie mais à puissance moyenne finie

1. Produit de convolution:

$$x(t) * y(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(\tau)y(t-\tau)d\tau \qquad (13)$$

2. Les fonctions d'inter et d'autorcorrélation sont respectivement:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t)y(t+\tau)dt \qquad (14)$$

$$\varphi_{x}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t)x(t+\tau)dt \qquad (15)$$

Opérations sur les signaux à énergie infinie mais à puissance moyenne finie

1. Produit de convolution:

$$x(t) * y(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(\tau)y(t-\tau)d\tau \qquad (13)$$

2. Les fonctions d'inter et d'autorcorrélation sont respectivement:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t)y(t+\tau)dt \qquad (14)$$

$$\varphi_{x}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t)x(t+\tau)dt \qquad (15)$$

Opérations sur les signaux à énergie infinie mais à puissance moyenne finie

1. Produit de convolution:

$$x(t) * y(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(\tau)y(t-\tau)d\tau \tag{13}$$

2. Les fonctions d'inter et d'autorcorrélation sont respectivement:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t)y(t+\tau)dt \tag{14}$$

$$\varphi_{x}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t)x(t+\tau)dt \tag{15}$$

Opérations sur les signaux à énergie infinie mais à puissance moyenne finie

Cas particulier: Signaux périodiques de même période T

1. Produit de convolution:

$$x(t) * y(t) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(\tau)y(t-\tau)d\tau \qquad (16)$$

2. Les fonctions d'inter et d'autocorrélation sont respectivement:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t)y(t+\tau)dt \qquad (17)$$

$$\varphi_{x}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t)x(t+\tau)dt \qquad (18)$$

Opérations sur les signaux à énergie infinie mais à puissance moyenne finie

Cas particulier: Signaux périodiques de même période T

1. Produit de convolution:

$$x(t) * y(t) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(\tau) y(t - \tau) d\tau \tag{16}$$

2. Les fonctions d'inter et d'autocorrélation sont respectivement:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t) y(t + \tau) dt \tag{17}$$

$$\varphi_{x}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t) x(t + \tau) dt \tag{18}$$

Opérations sur les signaux à énergie infinie mais à puissance moyenne finie

Cas particulier: Signaux périodiques de même période T

1. Produit de convolution:

$$x(t) * y(t) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(\tau) y(t-\tau) d\tau \tag{16}$$

2. Les fonctions d'inter et d'autocorrélation sont respectivement:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t) y(t+\tau) dt \tag{17}$$

$$\varphi_{x}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^*(t) x(t+\tau) dt \tag{18}$$

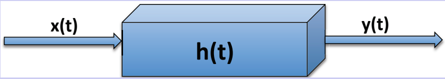
Systèmes linéaires invariants dans le temps (SLIT)

1. Réponse impulsionnelle:

   Tout SLIT est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$. C'est le signal de sortie du système lorsqu'on excite son entrée par une impulsion de Dirac $\delta(t)$.

2. Réponse à un signal quelconque:

   Si un SLIT est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$, alors sa sortie $y(t)$ correspondant à une entrée $x(t)$ est donnée par:



$$y(t) = x(t) * h(t) \quad Autrement \quad y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \tag{19}$$

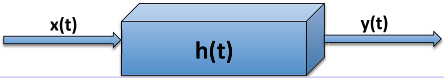
Systèmes linéaires invariants dans le temps (SLIT)

1. Réponse impulsionnelle:

   Tout SLIT est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$. C'est le signal de sortie du système lorsqu'on excite son entrée par une impulsion de Dirac $\delta(t)$.

2. Réponse à un signal quelconque:

   Si un SLIT est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$, alors sa sortie $y(t)$ correspondant à une entrée $x(t)$ est donnée par:



$$y(t) = x(t) * h(t) \;\; Autrement \;\; y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \qquad (19)$$

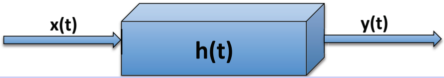
Systèmes linéaires invariants dans le temps (SLIT)

1. Réponse impulsionnelle:

   Tout SLIT est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$. C'est le signal de sortie du système lorsqu'on excite son entrée par une impulsion de Dirac $\delta(t)$.

2. Réponse à un signal quelconque:

   Si un SLIT est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$, alors sa sortie $y(t)$ correspondant à une entrée $x(t)$ est donnée par:



$$y(t) = x(t) * h(t) \;\; Autrement \;\; y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (19)$$

Systèmes linéaires invariants dans le temps (SLIT)

Conséquences:

- SLTI causal: Si $t \prec 0 \rightarrow h(t) = 0$
- SLTI stable: $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|dt \prec \infty$

Description fréquentielle des signaux

Elle consiste à exprimer la répartition fréquentielle d'un signal donné. Cette opération est réalisable par une transformation dite de Fourier.

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

La transformée de Fourier nous permet d'obtenir une représentation spectrale (identiquement une représentation dans le domaine fréquentiel) des signaux déterministes.

Définition:

Soit $x(t)$ un signal déterministe, sa transformée de Fourier est une fonction, géneralement complexe, de la variable f (fréquence) définie par:

$$X(f) = TF\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\exp(-2j\pi ft)dt \tag{20}$$

Description fréquentielle des signaux

Elle consiste à exprimer la répartition fréquentielle d'un signal donné. Cette opération est réalisable par une transformation dite de Fourier.

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

La transformée de Fourier nous permet d'obtenir une représentation spectrale (identiquement une représentation dans le domaine fréquentiel) des signaux déterministes.

Définition:

Soit $x(t)$ un signal déterministe, sa transformée de Fourier est une fonction, géneralement complexe, de la variable f (fréquence) définie par:

$$X(f) = TF\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-2j\pi ft)dt \tag{20}$$

Description fréquentielle des signaux

Elle consiste à exprimer la répartition fréquentielle d'un signal donné. Cette opération est réalisable par une transformation dite de Fourier.

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

La transformée de Fourier nous permet d'obtenir une représentation spectrale (identiquement une représentation dans le domaine fréquentiel) des signaux déterministes.

Définition:

Soit $x(t)$ un signal déterministe, sa transformée de Fourier est une fonction, géneralement complexe, de la variable f (fréquence) définie par:

$$X(f) = TF\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-2j\pi ft) dt \tag{20}$$

Description fréquentielle des signaux

Elle consiste à exprimer la répartition fréquentielle d'un signal donné. Cette opération est réalisable par une transformation dite de Fourier.

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

La transformée de Fourier nous permet d'obtenir une représentation spectrale (identiquement une représentation dans le domaine fréquentiel) des signaux déterministes.

Définition:

Soit $x(t)$ un signal déterministe, sa transformée de Fourier est une fonction, géneralement complexe, de la variable f (fréquence) définie par:

$$X(f) = TF\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-2j\pi ft)dt \tag{20}$$

Définition:

Inversement: La transformée de Fourier inverse est donnée par:

$$x(t) = TF^{-1}\{X(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\exp(2j\pi ft)df \quad (21)$$

Exemple: Calculer la transformée de Fourier de: $x(t) = Arect_T(t)$?

Définition:

Inversement: La transformée de Fourier inverse est donnée par:

$$x(t) = TF^{-1}\{X(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \exp(2j\pi ft) df \qquad (21)$$

Exemple: Calculer la transformée de Fourier de: $x(t) = Arect_T(t)$?

Définition:

Inversement: La transformée de Fourier inverse est donnée par:

$$x(t) = TF^{-1}\{X(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\exp(2j\pi ft)df \qquad (21)$$

Exemple: Calculer la transformée de Fourier de: $x(t) = Arect_T(t)$?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$

   Alors:

   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0)X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t)x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$

   Alors:

   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0)X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t)x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$

   Alors:

   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0) X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t) x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$

   Alors:

   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0) X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t) x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$

   Alors:

   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0) X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t) x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$
   Alors:
   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0) X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t) x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$

   Alors:

   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0) X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t) x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$

   Alors:

   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0)X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t)x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés de la transformée de Fourier:

1. $x(t)$ réel $\rightarrow X(-f) = X^*(f)$
2. Inversion temporelle: $x(-t) \rightarrow^{TF} X(-f)$
3. $x^*(-t) \rightarrow^{TF} X^*(f)$
4. $x^*(t) \rightarrow^{TF} X^*(-f)$
5. Si: $x_1(t) \rightarrow^{TF} X_1(f)$ et $x_2(t) \rightarrow^{TF} X_2(f)$

   Alors:

   $\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \rightarrow^{TF} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$ (α, β deux constantes)
6. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $x(t - t_0) \rightarrow^{TF} \exp(-2j\pi f t_0) X(f)$
7. Si $x(t) \rightarrow^{TF} X(f)$ alors $\exp(2j\pi f_0 t) x(t) \rightarrow^{TF} X(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés intéressantes de la TF:

1. $x(t) * y(t) \rightarrow^{TF} X(f)Y(f)$
2. $x(t)y(t) \rightarrow^{TF} X(f) * Y(f)$
3. $\frac{d^n x(t)}{dt^n} \rightarrow^{TF} (2j\pi f)^n X(f)$

Exemple:

Calculer la transformée de Fourier de $tri(t)$?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés intéressantes de la TF:

1. $x(t) * y(t) \rightarrow^{TF} X(f)Y(f)$
2. $x(t)y(t) \rightarrow^{TF} X(f) * Y(f)$
3. $\frac{d^n x(t)}{dt^n} \rightarrow^{TF} (2j\pi f)^n X(f)$

Exemple:

Calculer la transformée de Fourier de $tri(t)$?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés intéressantes de la TF:

1. $x(t) * y(t) \rightarrow^{TF} X(f)Y(f)$
2. $x(t)y(t) \rightarrow^{TF} X(f) * Y(f)$
3. $\frac{d^n x(t)}{dt^n} \rightarrow^{TF} (2j\pi f)^n X(f)$

Exemple:

Calculer la transformée de Fourier de $tri(t)$?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Propriétés intéressantes de la TF:

1. $x(t) * y(t) \rightarrow^{TF} X(f)Y(f)$
2. $x(t)y(t) \rightarrow^{TF} X(f) * Y(f)$
3. $\frac{d^n x(t)}{dt^n} \rightarrow^{TF} (2j\pi f)^n X(f)$

Exemple:

Calculer la transformée de Fourier de $tri(t)$?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Densité spectrale d'énergie:

Définition: Soit $\phi_x(f)$ la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation d'un signal à énergie finie $x(t)$:

$$\phi_x(f) = TF\{\varphi_x(\tau)\}$$

$$\varphi_x(\tau) = x(\tau) * x^*(-\tau)$$

$$TF\{x^*(-\tau)\} = X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = X(f)X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = |X(f)|^2 \tag{22}$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Densité spectrale d'énergie:

Définition: Soit $\phi_x(f)$ la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation d'un signal à énergie finie $x(t)$:

$$\phi_x(f) = TF\{\varphi_x(\tau)\}$$

$$\varphi_x(\tau) = x(\tau) * x^*(-\tau)$$

$$TF\{x^*(-\tau)\} = X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = X(f)X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = |X(f)|^2 \tag{22}$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Densité spectrale d'énergie:

Définition: Soit $\phi_x(f)$ la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation d'un signal à énergie finie $x(t)$:

$$\phi_x(f) = TF\{\varphi_x(\tau)\}$$

$$\varphi_x(\tau) = x(\tau) * x^*(-\tau)$$

$$TF\{x^*(-\tau)\} = X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = X(f)X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = |X(f)|^2 \quad (22)$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Densité spectrale d'énergie:

Définition: Soit $\phi_x(f)$ la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation d'un signal à énergie finie $x(t)$:

$$\phi_x(f) = TF\{\varphi_x(\tau)\}$$

$$\varphi_x(\tau) = x(\tau) * x^*(-\tau)$$

$$TF\{x^*(-\tau)\} = X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = X(f)X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = |X(f)|^2 \tag{22}$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Densité spectrale d'énergie:

Définition: Soit $\phi_x(f)$ la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation d'un signal à énergie finie $x(t)$:

$$\phi_x(f) = TF\{\varphi_x(\tau)\}$$

$$\varphi_x(\tau) = x(\tau) * x^*(-\tau)$$

$$TF\{x^*(-\tau)\} = X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = X(f)X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = |X(f)|^2 \quad (22)$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Densité spectrale d'énergie:

Définition: Soit $\phi_x(f)$ la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation d'un signal à énergie finie $x(t)$:

$$\phi_x(f) = TF\{\varphi_x(\tau)\}$$

$$\varphi_x(\tau) = x(\tau) * x^*(-\tau)$$

$$TF\{x^*(-\tau)\} = X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = X(f)X^*(f)$$

$$\phi_x(f) = |X(f)|^2 \tag{22}$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

$\phi_x(f)$ est appelée densité spectrale d'énergie.

Densité interspectrale d'énergie:

La transformée de Fourier de la fonction d'intercorrélation de deux signaux à énergie finie est appelée densité interspectrale d'énergie (ou bien densité spectrale mutuelle), soit:

$$\phi_{xy}(f) = TF\{\varphi_{xy}(\tau)\} = X^*(f)Y(f) \tag{23}$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

$\phi_x(f)$ est appelée densité spectrale d'énergie.

Densité interspectrale d'énergie:

La transformée de Fourier de la fonction d'intercorrélation de deux signaux à énergie finie est appelée densité interspectrale d'énergie (ou bien densité spectrale mutuelle), soit:

$$\phi_{xy}(f) = TF\{\varphi_{xy}(\tau)\} = X^*(f)Y(f) \tag{23}$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Identité de Parseval:

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) y(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f) Y(f) df$

A démontrer ?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Identité de Parseval:

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)y(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f)Y(f)df$

A démontrer ?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Identité de Parseval:

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) y(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f) Y(f) df$

A démontrer ?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie finie

Identité de Parseval:

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) y(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f) Y(f) df$

A démontrer ?

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Cette transformée est obtenue directement à partir de son développement en série de Fourier.

Décomposition en série de Fourier

Tout signal $x(t)$ peut-être exprimé par une combinaison linéaire des fonctions exponentielles complexes de la forme: $\exp(2\pi jn\frac{t}{T})$, comme suit:

$$x(t) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n \exp(2\pi jn\frac{t}{T}) \quad (24)$$

Dans l'intervalle $[0, T]$, avec:

$$X_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\exp(-2\pi jn\frac{t}{T})dt \quad (25)$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Cette transformée est obtenue directement à partir de son développement en série de Fourier.

Décomposition en série de Fourier

Tout signal $x(t)$ peut-être exprimé par une combinaison linéaire des fonctions exponentielles complexes de la forme: $\exp(2\pi jn\frac{t}{T})$, comme suit:

$$x(t) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n \exp(2\pi jn\frac{t}{T}) \quad (24)$$

Dans l'intervalle $[0, T]$, avec:

$$X_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\exp(-2\pi jn\frac{t}{T})dt \quad (25)$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Cette transformée est obtenue directement à partir de son développement en série de Fourier.

Décomposition en série de Fourier

Tout signal $x(t)$ peut-être exprimé par une combinaison linéaire des fonctions exponentielles complexes de la forme: $\exp(2\pi jn\frac{t}{T})$, comme suit:

$$x(t) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n \exp(2\pi jn\frac{t}{T}) \tag{24}$$

Dans l'intervalle $[0, T]$, avec:

$$X_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\exp(-2\pi jn\frac{t}{T})dt \tag{25}$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Cette transformée est obtenue directement à partir de son développement en série de Fourier.

Décomposition en série de Fourier

Tout signal $x(t)$ peut-être exprimé par une combinaison linéaire des fonctions exponentielles complexes de la forme: $\exp(2\pi jn\frac{t}{T})$, comme suit:

$$x(t) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n \exp(2\pi jn\frac{t}{T}) \tag{24}$$

Dans l'intervalle $[0, T]$, avec:

$$X_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\exp(-2\pi jn\frac{t}{T})dt \tag{25}$$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Transformée de Fourier

$$X(f) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n TF\{\exp(2\pi jn\frac{t}{T})\} \quad (26)$$

Propriétés importantes:

1. $TF\{\delta(t)\} = 1$
2. $TF\{\delta(t - t_0)\} = \exp(-2\pi jft_0)$
3. $TF\{\exp(2\pi jf_0t)\} = \delta(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Transformée de Fourier

$$X(f) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n TF\{\exp(2\pi jn\frac{t}{T})\} \tag{26}$$

Propriétés importantes:

1. $TF\{\delta(t)\} = 1$
2. $TF\{\delta(t-t_0)\} = \exp(-2\pi jft_0)$
3. $TF\{\exp(2\pi jf_0 t)\} = \delta(f-f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Transformée de Fourier

$$X(f) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n TF\{\exp(2\pi jn\frac{t}{T})\} \quad (26)$$

Propriétés importantes:

1. $TF\{\delta(t)\} = 1$
2. $TF\{\delta(t - t_0)\} = \exp(-2\pi jft_0)$
3. $TF\{\exp(2\pi jf_0 t)\} = \delta(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Transformée de Fourier

$$X(f) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n TF\{\exp(2\pi jn\frac{t}{T})\} \tag{26}$$

Propriétés importantes:

1. $TF\{\delta(t)\} = 1$
2. $TF\{\delta(t - t_0)\} = \exp(-2\pi jft_0)$
3. $TF\{\exp(2\pi jf_0 t)\} = \delta(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Transformée de Fourier

$$X(f) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n TF\{\exp(2\pi jn\frac{t}{T})\} \tag{26}$$

Propriétés importantes:

1. $TF\{\delta(t)\} = 1$
2. $TF\{\delta(t - t_0)\} = \exp(-2\pi jft_0)$
3. $TF\{\exp(2\pi jf_0 t)\} = \delta(f - f_0)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Applications:

L'équation 26 devient:

$$X(f) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n \delta(f - f_n) \tag{27}$$

Avec $f_n = \frac{n}{T}$, ainsi la transformée de Fourier d'un signal périodique de période T apparaît comme une combinaison linéaire de raies localisées aux fréquences discrètes f_n.

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Applications:

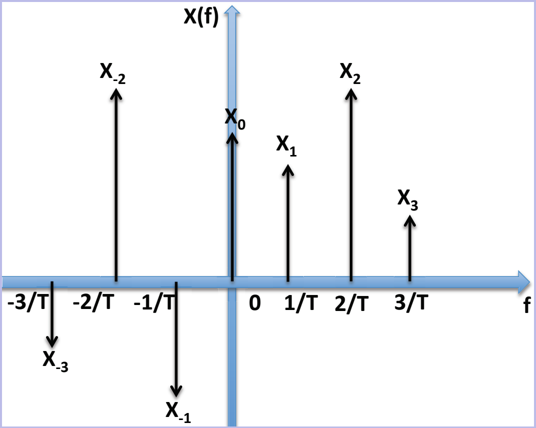
L'équation 26 devient:

$$X(f) = \Sigma_{n=-\infty}^{+\infty} X_n \delta(f - f_n) \tag{27}$$

Avec $f_n = \frac{n}{T}$, ainsi la transformée de Fourier d'un signal périodique de période T apparaît comme une combinaison linéaire de raies localisées aux fréquences discrètes f_n.

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Applications:



$f_n = \frac{n}{T}$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Exemple:

Soit $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t - \alpha)$, calculer $X(f)$?

Propriétés importantes:

1. $TF^{-1}\{\delta(f)\} = 1$
2. $TF^{-1}\{\exp(-2\pi j f t_0)\} = \delta(t - t_0)$
3. $TF^{-1}\{\delta(f - f_0)\} = \exp(2\pi j f_0 t)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Exemple:

Soit $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t - \alpha)$, calculer $X(f)$?

Propriétés importantes:

1. $TF^{-1}\{\delta(f)\} = 1$
2. $TF^{-1}\{\exp(-2\pi j f t_0)\} = \delta(t - t_0)$
3. $TF^{-1}\{\delta(f - f_0)\} = \exp(2\pi j f_0 t)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Exemple:

Soit $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t - \alpha)$, calculer $X(f)$?

Propriétés importantes:

1. $TF^{-1}\{\delta(f)\} = 1$
2. $TF^{-1}\{\exp(-2\pi j f t_0)\} = \delta(t - t_0)$
3. $TF^{-1}\{\delta(f - f_0)\} = \exp(2\pi j f_0 t)$

Transformée de Fourier d'un signal à énergie infinie mais à puissance moyenne finie: Cas des signaux périodiques

Exemple:

Soit $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t - \alpha)$, calculer $X(f)$?

Propriétés importantes:

1. $TF^{-1}\{\delta(f)\} = 1$
2. $TF^{-1}\{\exp(-2\pi j f t_0)\} = \delta(t - t_0)$
3. $TF^{-1}\{\delta(f - f_0)\} = \exp(2\pi j f_0 t)$