Chapitre VI
Systèmes numériques

Filière:
Génie Réseaux et Télécommunications

Pour un traitement performant des signaux numériques, nous faisons recours à quelques algorithmes ou entités physiques, que nous appelons systèmes numériques.

Autrement dit, un système numérique est un moyen qui nous permet d'opérer sur un signal numérique, dit entrée ou excitation, pour obtenir un autre signal numérique appelé sortie ou réponse du système. nous disons alors que l'entrée $x(n)$ est transformée en un signal $y(n)$ selon:

Pour un traitement performant des signaux numériques, nous faisons recours à quelques algorithmes ou entités physiques, que nous appelons systèmes numériques.

Autrement dit, un système numérique est un moyen qui nous permet d'opérer sur un signal numérique, dit entrée ou excitation, pour obtenir un autre signal numérique appelé sortie ou réponse du système. nous disons alors que l'entrée $x(n)$ est transformée en un signal $y(n)$ selon:

Représentations de quelques systèmes numériques

Pour se faire nous introduisons des blocs de base que nous pouvons interconnecter par la suite pour former des systèmes complexes.

Additionneur

Il permet de faire une addition de deux signaux pour former un autre:

Multiplieur par une constante

Il ajoute un facteur au signal d'entrée:

Multiplieur par un signal

Retard unitaire

Si le signal d'entrée est $x(n)$, la sortie est $x(n-1)$. Au sens de la transformée en z, le bloc est le suivant:

Représentations de quelques systèmes numériques

Pour se faire nous introduisons des blocs de base que nous pouvons interconnecter par la suite pour former des systèmes complexes.

Additionneur

Il permet de faire une addition de deux signaux pour former un autre:

Multiplieur par une constante

Il ajoute un facteur au signal d'entrée:

Multiplieur par un signal

Retard unitaire

Si le signal d'entrée est $x(n)$, la sortie est $x(n-1)$. Au sens de la transformée en z, le bloc est le suivant:

Représentations de quelques systèmes numériques

Pour se faire nous introduisons des blocs de base que nous pouvons interconnecter par la suite pour former des systèmes complexes.

Additionneur

Il permet de faire une addition de deux signaux pour former un autre:

Multiplieur par une constante

Il ajoute un facteur au signal d'entrée:

Multiplieur par un signal

Retard unitaire

Si le signal d'entrée est $x(n)$, la sortie est $x(n-1)$. Au sens de la transformée en z, le bloc est le suivant:

Représentations de quelques systèmes numériques

Pour se faire nous introduisons des blocs de base que nous pouvons interconnecter par la suite pour former des systèmes complexes.

Additionneur

Il permet de faire une addition de deux signaux pour former un autre:

Multiplieur par une constante

Il ajoute un facteur au signal d'entrée:

Multiplieur par un signal

Retard unitaire

Si le signal d'entrée est $x(n)$, la sortie est $x(n-1)$. Au sens de la transformée en z, le bloc est le suivant:

Représentations de quelques systèmes numériques

Pour se faire nous introduisons des blocs de base que nous pouvons interconnecter par la suite pour former des systèmes complexes.

Additionneur

Il permet de faire une addition de deux signaux pour former un autre:

Multiplieur par une constante

Il ajoute un facteur au signal d'entrée:

Multiplieur par un signal

Retard unitaire

Si le signal d'entrée est $x(n)$, la sortie est $x(n-1)$. Au sens de la transformée en z, le bloc est le suivant:

Représentations de quelques systèmes numériques

Dans le même sens, on peut donc parler d'un système qui nous permet d'avoir une unité en avance.

Exemples

1. Donner la représentation en blocs qui nous permet d'avoir le signal de sortie: $y(n) = \frac{1}{2}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1)$.
2. Donner la représentation en blocs qui nous permet d'avoir le signal de sortie: $y(n) = \frac{1}{2}y(n-1) + 5x(n) + 2x(n-2)$.

Représentations de quelques systèmes numériques

Dans le même sens, on peut donc parler d'un système qui nous permet d'avoir une unité en avance.

Exemples

1. Donner la représentation en blocs qui nous permet d'avoir le signal de sortie: $y(n) = \frac{1}{2}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1)$.
2. Donner la représentation en blocs qui nous permet d'avoir le signal de sortie: $y(n) = \frac{1}{2}y(n-1) + 5x(n) + 2x(n-2)$.

Représentations de quelques systèmes numériques

Dans le même sens, on peut donc parler d'un système qui nous permet d'avoir une unité en avance.

Exemples

1. Donner la représentation en blocs qui nous permet d'avoir le signal de sortie: $y(n) = \frac{1}{2}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1)$.
2. Donner la représentation en blocs qui nous permet d'avoir le signal de sortie: $y(n) = \frac{1}{2}y(n-1) + 5x(n) + 2x(n-2)$.

Propriétés des systèmes

Suivant leurs propriétés, on peut classer les systèmes de la façon suivante:

Système statique

Un système statique ou sans mémoire est un système dont la sortie $y[n]$ ne dépend que du signal d'entrée à l'instant n.

Exemple

$$y[n] = ax[n] + nx^2[n]$$

Système dynamique

Inversement, un système tenant compte de ce qui s'est passé ou se passera est dit dynamique ou avec mémoire.

Propriétés des systèmes

Suivant leurs propriétés, on peut classer les systèmes de la façon suivante:

Système statique

Un système statique ou sans mémoire est un système dont la sortie $y[n]$ ne dépend que du signal d'entrée à l'instant n.

Exemple

$$y[n] = ax[n] + nx^2[n]$$

Système dynamique

Inversement, un système tenant compte de ce qui s'est passé ou se passera est dit dynamique ou avec mémoire.

Propriétés des systèmes

Suivant leurs propriétés, on peut classer les systèmes de la façon suivante:

Système statique

Un système statique ou sans mémoire est un système dont la sortie $y[n]$ ne dépend que du signal d'entrée à l'instant n.

Exemple

$$y[n] = ax[n] + nx^2[n]$$

Système dynamique

Inversement, un système tenant compte de ce qui s'est passé ou se passera est dit dynamique ou avec mémoire.

Propriétés des systèmes

Suivant leurs propriétés, on peut classer les systèmes de la façon suivante:

Système statique

Un système statique ou sans mémoire est un système dont la sortie $y[n]$ ne dépend que du signal d'entrée à l'instant n.

Exemple

$$y[n] = ax[n] + nx^2[n]$$

Système dynamique

Inversement, un système tenant compte de ce qui s'est passé ou se passera est dit dynamique ou avec mémoire.

Propriétés des systèmes

Systèmes numériques variants et invariants dans le temps

Un système est invariant dans le temps, si les caractéristiques de ses entrèes sorties ne changent pas à travers le temps. Autrement dit:

$$Si \quad x[n] \rightarrow^{H} y[n] \quad alors \quad x[n-k] \rightarrow^{H} y[n-k]$$

Sinon le système est dit variant dans le temps.

Propriétés des systèmes

Exemples

1. Vérifier si le système décrit par son équation entrée sortie est invariant dans le temps:

$$y[n] = H[x[n]] = x[n] - x[n-1]$$

2. Vérifier si le système décrit par son équation entrée sortie est invariant dans le temps:

$$y[n] = H[x[n]] = nx[n]$$

Propriétés des systèmes

Exemples

1. Vérifier si le système décrit par son équation entrée sortie est invariant dans le temps:

$$y[n] = H[x[n]] = x[n] - x[n-1]$$

2. Vérifier si le système décrit par son équation entrée sortie est invariant dans le temps:

$$y[n] = H[x[n]] = nx[n]$$

Propriétés des systèmes

Linéarité

Un système H est linéaire si et seulement si:

$$H[a_1 x_1[n] + a_2 x_2[n]] = a_1 H[x_1[n]] + a_2 H[x_2[n]]$$

a_1 et a_2 étant des constantes.

Stabilité des SLIT

La stabilité est une propriété importante qui doit être prise en considération pour n'importe quelle implémentation pratique du système.
Un système linéaire invariant dans le temps est dit stable si et seulement si pour toute entrèe $x[n]$ bornée la sortie correspondante $y[n]$ est aussi bornée.

Propriétés des systèmes

Linéarité

Un système H est linéaire si et seulement si:

$$H[a_1x_1[n] + a_2x_2[n]] = a_1H[x_1[n]] + a_2H[x_2[n]]$$

a_1 et a_2 étant des constantes.

Stabilité des SLIT

La stabilité est une propriété importante qui doit être prise en considération pour n'importe quelle implémentation pratique du système.
Un système linéaire invariant dans le temps est dit stable si et seulement si pour toute entrèe $x[n]$ bornée la sortie correspondante $y[n]$ est aussi bornée.

Propriétés des systèmes

Autrement dit:

Si $x[n]$ est bornée, il $\exists$ une constante M_x telle que: $|x[n]| \preceq M_x \prec \infty$

Alors il $\exists$ une constante M_y telle que: $|y[n]| \preceq M_y \prec \infty$

Plus loin, soit le produit de convolution qui défini la sortie $y[n]$:

$$y[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k]$$

$$|y[n]| = |\sum_{-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k]|$$

$$|y[n]| \preceq \sum_{-\infty}^{+\infty} |h[k]||x[n-k]|$$

Propriétés des systèmes

$$|y[n]| \preceq M_x \sum_{-\infty}^{+\infty} |h[k]|$$

Puisque $y[n]$ est bornée alors, la réponse impulsionnelle du système doit satisfaire à la condition suivante:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} |h[k]| \prec \infty \qquad (1)$$

Donc un SLIT est stable si sa réponse impulsionnelle est absolument sommable.

Exemple

Déterminer les valeurs de a pour lesquelles le système linéaire inavariant dans le temps suivant: $h[n] = a^n U[n-1]$ est stable.

Solution: Le système est stable pour $|a| \prec 1$ et est instable ailleurs.

Propriétés des systèmes

$$|y[n]| \preceq M_x \sum_{-\infty}^{+\infty} |h[k]|$$

Puisque $y[n]$ est bornée alors, la réponse impulsionnelle du système doit satisfaire à la condition suivante:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} |h[k]| \prec \infty \qquad (1)$$

Donc un SLIT est stable si sa réponse impulsionnelle est absolument sommable.

Exemple

Déterminer les valeurs de a pour lesquelles le système linéaire inavariant dans le temps suivant: $h[n] = a^n U[n-1]$ est stable.

Solution: Le système est stable pour $|a| \prec 1$ et est instable ailleurs.

Propriétés des systèmes

$$|y[n]| \preceq M_x \sum_{-\infty}^{+\infty} |h[k]|$$

Puisque $y[n]$ est bornée alors, la réponse impulsionnelle du système doit satisfaire à la condition suivante:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} |h[k]| \prec \infty \tag{1}$$

Donc un SLIT est stable si sa réponse impulsionnelle est absolument sommable.

Exemple

Déterminer les valeurs de a pour lesquelles le système linéaire inavariant dans le temps suivant: $h[n] = a^n U[n-1]$ est stable.
Solution: Le système est stable pour $|a| \prec 1$ et est instable ailleurs.

Les systèmes à réponse impulsionnelle finie et infinie

Nous avons caractérisé le système linéaire invariant dans le temps en terme de sa réponse impulsionnelle $h[n]$. Il est donc nécessaire de subdiviser ce type de système en deux classes:

1. Classe à réponse impulsionnelle finie, dite *FIR* (Finite Duration Impulse Response).
2. Classe à réponse impulsionnele infinie, dite *IIR* (Infinite Duration Impulse Response).

Soit le système *FIR* causal de longueur M. C'est à dire:

$$h[n] = 0 \quad pour \quad n \prec 0 \quad et \quad n \succeq M$$

Et le produit de convolution sera réduit au:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k]x[n-k] \prec \infty$$

Les systèmes à réponse impulsionnelle finie et infinie

Nous avons caractérisé le système linéaire invariant dans le temps en terme de sa réponse impulsionnelle $h[n]$. Il est donc nécessaire de subdiviser ce type de système en deux classes:

1. Classe à réponse impulsionnelle finie, dite *FIR* (Finite Duration Impulse Response).
2. Classe à réponse impulsionnele infinie, dite *IIR* (Infinite Duration Impulse Response).

Soit le système *FIR* causal de longueur M. C'est à dire:

$$h[n] = 0 \quad pour \quad n \prec 0 \quad et \quad n \succeq M$$

Et le produit de convolution sera réduit au:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k]x[n-k] \prec \infty$$

Les systèmes à réponse impulsionnelle finie et infinie

Nous avons caractérisé le système linéaire invariant dans le temps en terme de sa réponse impulsionnelle $h[n]$. Il est donc nécessaire de subdiviser ce type de système en deux classes:

1. Classe à réponse impulsionnelle finie, dite *FIR* (Finite Duration Impulse Response).
2. Classe à réponse impulsionnele infinie, dite *IIR* (Infinite Duration Impulse Response).

Soit le système *FIR* causal de longueur M. C'est à dire:

$$h[n] = 0 \quad pour \quad n \prec 0 \quad et \quad n \succeq M$$

Et le produit de convolution sera réduit au:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k]x[n-k] \prec \infty$$

Les systèmes à réponse impulsionnelle finie et infinie

Nous avons caractérisé le système linéaire invariant dans le temps en terme de sa réponse impulsionnelle $h[n]$. Il est donc nécessaire de subdiviser ce type de système en deux classes:

1. Classe à réponse impulsionnelle finie, dite *FIR* (Finite Duration Impulse Response).
2. Classe à réponse impulsionnele infinie, dite *IIR* (Infinite Duration Impulse Response).

Soit le système *FIR* causal de longueur M. C'est à dire:

$$h[n] = 0 \quad pour \quad n \prec 0 \quad et \quad n \succeq M$$

Et le produit de convolution sera réduit au:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k]x[n-k] \prec \infty$$

Les systèmes à réponse impulsionnelle finie et infinie

Nous avons caractérisé le système linéaire invariant dans le temps en terme de sa réponse impulsionnelle $h[n]$. Il est donc nécessaire de subdiviser ce type de système en deux classes:

1. Classe à réponse impulsionnelle finie, dite *FIR* (Finite Duration Impulse Response).
2. Classe à réponse impulsionnele infinie, dite *IIR* (Infinite Duration Impulse Response).

Soit le système *FIR* causal de longueur M. C'est à dire:

$$h[n] = 0 \quad pour \quad n \prec 0 \quad et \quad n \succeq M$$

Et le produit de convolution sera réduit au:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k]x[n-k] \prec \infty$$

Les systèmes à réponse impulsionnelle finie et infinie

Contrairement au *IIR* causal qui a comme produit de convolution:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} h[k]x[n-k] \prec \infty$$

Interconnexion des systèmes

Comme pour les systèmes analogiques, les systèmes numériques peuvent-être interconnectés pour former des systèmes plus complexes. Pour se faire, on a deux possibilités: Les connecter en cascade ou en parallèle. Lors d'une connexion en cascade, on a les relations suivantes:

$$y_1[n] = H_1\{x[n]\} \quad et \quad y[n] = H_2\{y_1[n]\}$$

Alors:

$$y[n] = H_2\{H_1\{x[n]\}\} \tag{2}$$

Interconnexion des systèmes

Comme pour les systèmes analogiques, les systèmes numériques peuvent-être interconnectés pour former des systèmes plus complexes. Pour se faire, on a deux possibilités: Les connecter en cascade ou en parallèle. Lors d'une connexion en cascade, on a les relations suivantes:

$$y_1[n] = H_1\{x[n]\} \quad et \quad y[n] = H_2\{y_1[n]\}$$

Alors:

$$y[n] = H_2\{H_1\{x[n]\}\} \tag{2}$$

Interconnexion des systèmes

Comme pour les systèmes analogiques, les systèmes numériques peuvent-être interconnectés pour former des systèmes plus complexes. Pour se faire, on a deux possibilités: Les connecter en cascade ou en parallèle. Lors d'une connexion en cascade, on a les relations suivantes:

$$y_1[n] = H_1\{x[n]\} \quad et \quad y[n] = H_2\{y_1[n]\}$$

Alors:

$$y[n] = H_2\{H_1\{x[n]\}\} \tag{2}$$

Interconnexion des systèmes

Lors d'une connexion en parallèle, on a les relations suivantes:

$$y[n] = y_1[n] + y_2[n]$$

Alors:

$$y[n] = H_1\{x[n]\} + H_2\{x[n]\} \quad (3)$$

Et c'est seulement dans le cas où les systèmes sont "LIT" que l'on pourra écrire 2 et 3 respectivement, comme on a l'habitude de faire avec les systèmes continus, sous la forme:

$$y[n] = (H_2.H_1)\{x[n]\} = (H_1.H_2)\{x[n]\}$$

Et:

$$y[n] = (H_1 + H_2)\{x[n]\}$$

Interconnexion des systèmes

Lors d'une connexion en parallèle, on a les relations suivantes:

$$y[n] = y_1[n] + y_2[n]$$

Alors:

$$y[n] = H_1\{x[n]\} + H_2\{x[n]\} \tag{3}$$

Et c'est seulement dans le cas où les systèmes sont "LIT" que l'on pourra écrire 2 et 3 respectivement, comme on a l'habitude de faire avec les systèmes continus, sous la forme:

$$y[n] = (H_2.H_1)\{x[n]\} = (H_1.H_2)\{x[n]\}$$

Et:

$$y[n] = (H_1 + H_2)\{x[n]\}$$

Interconnexion des systèmes

Lors d'une connexion en parallèle, on a les relations suivantes:

$$y[n] = y_1[n] + y_2[n]$$

Alors:

$$y[n] = H_1\{x[n]\} + H_2\{x[n]\} \quad (3)$$

Et c'est seulement dans le cas où les systèmes sont "LIT" que l'on pourra écrire 2 et 3 respectivement, comme on a l'habitude de faire avec les systèmes continus, sous la forme:

$$y[n] = (H_2.H_1)\{x[n]\} = (H_1.H_2)\{x[n]\}$$

Et:

$$y[n] = (H_1 + H_2)\{x[n]\}$$

Interconnexion des systèmes

Lors d'une connexion en parallèle, on a les relations suivantes:

$$y[n] = y_1[n] + y_2[n]$$

Alors:

$$y[n] = H_1\{x[n]\} + H_2\{x[n]\} \tag{3}$$

Et c'est seulement dans le cas où les systèmes sont "LIT" que l'on pourra écrire 2 et 3 respectivement, comme on a l'habitude de faire avec les systèmes continus, sous la forme:

$$y[n] = (H_2.H_1)\{x[n]\} = (H_1.H_2)\{x[n]\}$$

Et:

$$y[n] = (H_1 + H_2)\{x[n]\}$$

Interconnexion des systèmes

Lors d'une connexion en parallèle, on a les relations suivantes:

$$y[n] = y_1[n] + y_2[n]$$

Alors:

$$y[n] = H_1\{x[n]\} + H_2\{x[n]\} \tag{3}$$

Et c'est seulement dans le cas où les systèmes sont "LIT" que l'on pourra écrire 2 et 3 respectivement, comme on a l'habitude de faire avec les systèmes continus, sous la forme:

$$y[n] = (H_2.H_1)\{x[n]\} = (H_1.H_2)\{x[n]\}$$

Et:

$$y[n] = (H_1 + H_2)\{x[n]\}$$

Interconnexion des systèmes

Lors d'une connexion en parallèle, on a les relations suivantes:

$$y[n] = y_1[n] + y_2[n]$$

Alors:

$$y[n] = H_1\{x[n]\} + H_2\{x[n]\} \tag{3}$$

Et c'est seulement dans le cas où les systèmes sont "LIT" que l'on pourra écrire 2 et 3 respectivement, comme on a l'habitude de faire avec les systèmes continus, sous la forme:

$$y[n] = (H_2.H_1)\{x[n]\} = (H_1.H_2)\{x[n]\}$$

Et:

$$y[n] = (H_1 + H_2)\{x[n]\}$$

Les systèmes numériques récursifs et non récursifs

- Un système dont la sortie $y[n]$ à l'instant n dépend des sorties antérieures $\{y[n-1], y[n-2], ...\}$ (ou des entrées antérieures ou postérieures aussi) est appelé système récursif.
- Contrairement, un système ayant une sortie $y[n]$ qui dépend seulement des entrées présentes et antérieures est appelé système non récursif.

Les systèmes numériques récursifs et non récursifs

- Un système dont la sortie $y[n]$ à l'instant n dépend des sorties antérieures $\{y[n-1], y[n-2], ...\}$ (ou des entrées antérieures ou postérieures aussi) est appelé système récursif.
- Contrairement, un système ayant une sortie $y[n]$ qui dépend seulement des entrées présentes et antérieures est appelé système non récursif.

Equation aux différences et fonction de transfert

Un système peut donc être décrit par une équation aux différences d'ordre N de la forme:

$$y[n] + \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] \qquad (4)$$

Pour un système d'ordre deux par exemple, on a:

$$y[n] + a_1 y[n-1] + a_2 y[n-2] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$$

- Si $a_k \neq 0 \Rightarrow$ Système récursif, Application de TZ:

$$Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + a_2 z^{-2} Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z) + b_2 z^{-2} X(z)$$

Equation aux différences et fonction de transfert

Un système peut donc être décrit par une équation aux différences d'ordre N de la forme:

$$y[n] + \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] \quad (4)$$

Pour un système d'ordre deux par exemple, on a:

$$y[n] + a_1 y[n-1] + a_2 y[n-2] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$$

- Si $a_k \neq 0 \Rightarrow$ Système récursif, Application de TZ:

$$Y(z)+a_1 z^{-1} Y(z)+a_2 z^{-2} Y(z) = b_0 X(z)+b_1 z^{-1} X(z)+b_2 z^{-2} X(z)$$

Equation aux différences et fonction de transfert

Un système peut donc être décrit par une équation aux différences d'ordre N de la forme:

$$y[n] + \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] \quad (4)$$

Pour un système d'ordre deux par exemple, on a:

$$y[n] + a_1 y[n-1] + a_2 y[n-2] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$$

- Si $a_k \neq 0 \Rightarrow$ Système récursif, Application de TZ:

$$Y(z)+a_1 z^{-1} Y(z)+a_2 z^{-2} Y(z) = b_0 X(z)+b_1 z^{-1} X(z)+b_2 z^{-2} X(z)$$

Equation aux différences et fonction de transfert

En mettant en évidence $X(z)$ et $Y(z)$, il vient:

$$Y(z)(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) = X(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})$$

Soit la fonction de transfert $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$, alors:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

- Si $a_k = 0 \Rightarrow$ Système non récursif:

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$$

On obtient:

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$$

Equation aux différences et fonction de transfert

En mettant en évidence $X(z)$ et $Y(z)$, il vient:

$$Y(z)(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) = X(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})$$

Soit la fonction de transfert $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$, alors:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

- Si $a_k = 0 \Rightarrow$ Système non récursif:

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$$

On obtient:

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$$

Equation aux différences et fonction de transfert

En mettant en évidence $X(z)$ et $Y(z)$, il vient:

$$Y(z)(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) = X(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})$$

Soit la fonction de transfert $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$, alors:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

- Si $a_k = 0 \Rightarrow$ Système non récursif:

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$$

On obtient:

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$$

Equation aux différences et fonction de transfert

En mettant en évidence $X(z)$ et $Y(z)$, il vient:

$$Y(z)(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) = X(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})$$

Soit la fonction de transfert $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$, alors:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

- Si $a_k = 0 \Rightarrow$ Système non récursif:

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$$

On obtient:

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$$

Filtres numériques

- Soit le filtre défini par la formule de filtrage:

$$y[n] = x[n] + 2y[n-2]$$

1. Quelles sont ses propriétés ?
2. Tracer le module de la fonction de transfert ?

- Soit le filtre défini par sa fonction de transfert:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - 2z^{-2}}$$

1. Quelles sont ses propriétés ?
2. Retrouver la formule du filtrage correspondante ?

Filtres numériques

- Soit le filtre défini par la formule de filtrage:

$$y[n] = x[n] + 2y[n-2]$$

  1. Quelles sont ses propriétés ?
  2. Tracer le module de la fonction de transfert ?

- Soit le filtre défini par sa fonction de transfert:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - 2z^{-2}}$$

  1. Quelles sont ses propriétés ?
  2. Retrouver la formule du filtrage correspondante ?